Übungsblatt 9 :

Aufgabe 1: Die Blochgleichungen im LKS

Die Blochgleichungen unter vernachlässigung der Relaxation sind durch folgendes Kreuzprodukt gegeben:

$$\frac{d\overrightarrow{M}(t)}{dt} = \overrightarrow{M}(t) \times \gamma_e \overrightarrow{B}(t) \tag{1}$$

Dabei ist $\overrightarrow{M}(t)$ der Magnetisierungsvektor in die drei Raumrechnungen Mx, My und Mz, $\times$ steht für das Kreuzprodukt und $\overrightarrow{B}(t)$ ist wie folgt gegeben im Laborkoordinatensystem (LKS):

$$\overrightarrow{B}(t) = \begin{pmatrix} B_x(t) \\ B_y(t) \\ B_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \cdot cos(\omega_{mw} t) \\ B_1 \cdot sin(\omega_{mw} t) \\ B_0 \end{pmatrix}$$

Hier steht B_0 für das stationäre Magnetfeld des Magneten, B_1 für die Magnetfeldstärke der Magnetfeldkomponente der Mikrowelle und ω_{mw} für die Kreisfrequenz der Mikrowelle.

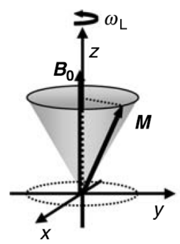
i) Wenn die Magnetfeldstärke der eingestrahlten Mikrowelle null beträgt ($B_1 = 0$), wie wäre dann die Änderung von M_x, M_y und M_z gegeben? Dafür müssen Sie lediglich das Kreuzprodukt aus Gleichung 1 öffnen.

$\frac{d\overrightarrow{M_x}(t)}{dt} =$

$\frac{d\overrightarrow{M_y}(t)}{dt} =$

$\frac{d\overrightarrow{M_z}(t)}{dt} =$

ii) Die Bewegung die durch die Gleichungen in Aufgabenteil i) beschrieben wird ist eine Präzission, dies ist auch nochmal in folgender Abbildung verdeutlicht. Wie heißt diese Art von Präzission in der Magnetresonanz?



Aufgabe 2: Die Blochgleichungen im RKS

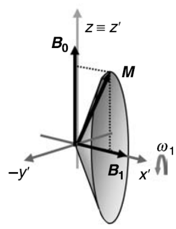
Damit das Magnetfeld nicht zeitabhängig ist werden die Blochgleichungen oft in einem, mit der Mikrowellenfrequenz ω_{mw} rotierenden Koordinatensystem (RKS) beschrieben. In diesem Fall ist das Magnetfeld wie folgt beschrieben:

$$\overrightarrow{B_{RKS}} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \\ B_0 - \omega_{mw}/\gamma_e \end{pmatrix}$$

i) Geben Sie die Änderung von $M_{x'}$, $M_{y'}$ und $M_{z'}$ im RKS an für den Resonanzfall $\omega_{mw} = \gamma_e \cdot B_0$, gehen Sie dafür wie in Aufgabenteil 1 i) vor.

$$\frac{\overrightarrow{dM_{x'}}(t)}{dt} =$$
$$\frac{\overrightarrow{dM_{y'}}(t)}{dt} =$$
$$\frac{\overrightarrow{dM_{z'}}(t)}{dt} =$$

ii) Die Bewegung die durch die Gleichungen in Aufgabenteil 2 i) beschrieben wird als Rabi-Nutation bezeichnet, dies ist auch nochmal in folgender Abbildung verdeutlicht. Die Rabi-Nutation sorgt dafür, dass Magnetisierung aus der z-Richtung in die x-y-Ebene gerdreht wird. Der Drehwinkel β (Bogenmaß) der Drehung ist dabei gegeben durch $\beta = \gamma \cdot B_1 \cdot t_p$.



Berechnen Sie den die Pulslänge t_p die nötig ist um nach dem Puls ein größt mögliches FID aufzunehmen. Berechnen Sie die Pulslänge sowohl für ein Elektron als auch für ein Proton. Die Start Magnetisierung ist entlang der z-Achse und die Magnetfeldstärke der Mikrowelle hat folgenden Wert $B_1 = 0.892\ mT$.

Konstanten: $\gamma_e = 1.76086 \cdot 10^{11} rad \cdot s^{-1} \cdot T^{-1}$; $\gamma_{1H} = 2.675222 \cdot 10^{8} rad \cdot s^{-1} \cdot T^{-1}$;