

## Übungsblatt 2:

### Aufgabe 1: Spinwellenfunktion

i) Eigenfunktionen:

Bestimmen Sie für die gegebenen Spinwellenfunktionen  $\chi_1$  und  $\chi_2$  ob sie Eigenfunktionen des  $\widehat{S}_z$ -Operators und des  $\widehat{S}_x$ -Operators sind:

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\widehat{S}_z = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \widehat{S}_x = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ii) Vektor Betrag:

Bestimmen Sie den Betrag von  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  und  $\chi_3$ .

$$\chi_3 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

### Aufgabe 2: Kommutatoren

Bestimmen Sie die Kommutatoren  $[S_x, S_y]$  und  $[S_z, S^2]$ .

$$\widehat{S}^2 = 3/4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \widehat{S}_y = \frac{1}{2i} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

### Aufgabe 3: Bestimmen von Spin Operator $S_z$

Bestimmen Sie die  $S_z$  Matrix für einen Spin  $S = 3/2$  unter der Annahme, dass Multiplikation der  $S_z$  Matrix mit den vier Eigenfunktionen jeweils die Eigenwertgleichung erfüllt wie unten gezeigt.

$$\text{Eigenfunktionen } \chi_{m_S}: \quad \chi_{3/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{-3/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Eigenwertgleichung Allgemein: } S_z \cdot \chi = m_S \cdot \chi \quad (5)$$

$$\text{Eigenwertgleichung Beispiel: } \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} 3/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$